Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. nº35(2006), 143–157

Aspectos culturales en la historia de las matemáticas

Ricardo Riaza

Depto. Matemática Aplicada a las Tecnologías de la Información
ETSI Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid

rrr@mat.upm.es

Resumen

Distintos estudios de la ciencia plantean la relevancia que los factores sociales y culturales tienen en la vertiente epistemológica de las disciplinas científicas. En el presente trabajo se recogen, en primer lugar, algunas aportaciones en esta dirección de E. Lizcano, que en un análisis histórico estudia cómo la emergencia de ciertos conceptos matemáticos está íntimamente vinculada a las formas de racionalidad de las culturas en las que surgen. En segundo lugar, la voluntad desmitificadora de la matemática como discurso de la verdad, presente en el análisis de Lizcano y en otros estudios culturales, es puesta en cuestión apelando a que ese discurso asumiría un modelo platónico en cierto modo "ingenuo" de las matemáticas. Tal modelo no refleja muchas de las limitaciones planteadas desde las matemáticas mismas. El enfoque purista que cuestionan los estudios culturales se manifiesta también en una forma particular de escribir la historia de la ciencia, según la cual las matemáticas serían el producto de una evolución dificultosa pero irresistible hacia un edificio perfecto y universal; en esta dirección, se recogen algunas muestras de otras formas de escribir la historia de las matemáticas, alejadas de ese planteamiento universalista y teleológico.

1. Introducción

Posiblemente, un gran número de matemáticos suscribiría la idea de que la historia de las matemáticas es casi en su totalidad una historia de ideas, puramente intelectual. Este punto de vista, que en la terminología de Kuhn y Lakatos podría entenderse como *internalista* [5], ha sido cuestionado en las últimas décadas por historiadores, filósofos y sociólogos. En particular, apuntando más allá del entramado social de instituciones, financiación, tecnología, etc. en el que la ciencia se desarrolla, diversos investigadores procedentes del ámbito de la denominada *sociología del conocimiento científico* enfatizan la relevancia que factores culturales y sociales tienen en la vertiente *epistemológica* de la ciencia [3, 7, 8, 14].

En el contexto de estos estudios culturales sobre la ciencia, algunos trabajos se dirigen específicamente a las matemáticas [3, 15, 16, 17, 18, 19]. Tales estudios apuntan más allá del hecho de que éstas sean evidentemente (¿el producto de?) una actividad humana y como tales sean, al menos en parte, sociales, o de que el entorno sociocultural contribuya a que las matemáticas se muevan en una dirección u otra. A modo de ejemplo, analizan también el que para amplios colectivos sociales la matemática aparezca revestida de un halo de certidumbre o exactitud que parece dotarla de un estatus epistemológicamente privilegiado.

La historia de las matemáticas no es ajena a estas consideraciones. Diversos estudios culturales analizan cómo tal historia se (re)escribe frecuentemente en términos teleológicos, de necesidad o incluso como *historia sagrada*: en este sentido, Lizcano recoge en [16, p. 40] el siguiente párrafo de Lakatos [13]: “La historia de la matemática ha sido distorsionada por filosofías falsas aún más de lo que lo ha sido la historia de la ciencia. Dicha historia todavía es considerada por muchos como una acumulación de verdades eternas; las teorías o los teoremas falsos son desterrados al oscuro limbo de la prehistoria o se los archiva como lamentables errores que sólo tienen interés para los coleccionistas de curiosidades. De acuerdo con ciertos historiadores de la matemática, la historia de las matemáticas en sentido propio empieza con aquellas obras que se conforman a los estándares que ellos consideran definitivos. Otros descienden hasta las edades prehistóricas sólo para entresacar de la basura fragmentos luminosos de la verdad eterna.”

Algunas ideas procedentes de la sociología del conocimiento científico han sido crudamente cuestionadas por los científicos, habiéndose escenificado una auténtica “guerra de las ciencias” en episodios como el denominado *asunto Sokal*: en 1996, el físico norteamericano Alan Sokal envió a la revista *Social Text* un artículo constituido por una extravagante serie de ideas y citas filosóficas, sociológicas y científicas que parecen abundar en tesis aparentemente próximas a los estudios culturales de la ciencia, tales como la de que la realidad física es una construcción lingüística y social o que el conocimiento científico refleja las ideas y las relaciones de poder de las culturas en las que surge. El artículo fue aceptado y publicado [22], y unos meses después sería revelado por el propio autor [23] (véase también [24]) como una parodia con la que pretendía combatir determinados abusos del discurso posmoderno y del constructivismo social.

Uno de los muchos aspectos de la polémica generada por el artículo de Sokal y la posterior publicación de [25] (véanse también, en este sentido, [2, 5, 9] y la bibliografía ahí recogida) puede resumirse, muy simplificadamente, como un enfrentamiento entre cierta forma de positivismo científico y un escepticismo radical basado en nociones (filosóficamente) relativistas sobre la “verdad” y la “realidad”. Sin embargo, las matemáticas parecen haberse mantenido al margen de esta polémica, quizá porque en matemáticas la verdad lo es en un sentido lógico, y la realidad, fuera de una visión platónica, no va más allá de la definida por unos axiomas. En este sentido, la “autoacotación” del alcance de las matemáticas en cierto modo las dejaría asépticamente fuera de esa guerra.

Pero esa autoacotación puede ser vista en sí misma como *ideológica* [18], y probablemente sería discutida también desde la perspectiva de la matemática aplicada. En este contexto, posiblemente muchos investigadores defenderían la idea de que las matemáticas en cierto sentido describen “la” *realidad*, por lo que la anterior asepsia entra en cuestión. De hecho, dos de los problemas centrales a los que se enfrenta la sociología del conocimiento científico están muy próximos al quehacer actual en matemática aplicada: estos problemas son la capacidad predictiva de la ciencia y la posibilidad de sustentar una tecnología en ella [7]. Buena parte de las predicciones en ciencias naturales se basan en el análisis y simulación de modelos desarrollados en el ámbito de la matemática aplicada, que contribuye también al desarrollo tecnológico a través del diseño y la optimización de sistemas. Las consideraciones realizadas desde los estudios culturales de la ciencia no son extrañas, por tanto, al ámbito más específico de la matemática aplicada.

El propósito de estas páginas es doble. En primer lugar, pretendemos acercar a la comunidad matemática algunas de las reflexiones sobre los aspectos culturales y sociales de las matemáticas planteados desde los estudios culturales de la ciencia. Dado lo amplio de tal objetivo, hemos optado por centrarlo en la discusión de algunos aspectos culturales presentes en episodios históricos concretos de las matemáticas china, griega clásica y alejandrina, analizados en profundidad por E. Lizcano en su libro *Imaginario colectivo y creación matemática* [16]: estos aspectos se resumen en la sección 2.

En segundo lugar, pretendemos discutir críticamente algunas otras ideas más generales desarrolladas por Lizcano, ideas que consideramos una muestra representativa y bien argumentada de algunas tendencias en la sociología del conocimiento científico. Como se detalla al final de la sección 2, Lizcano plantea que el olvido de las metáforas originarias de los conceptos matemáticos es responsable de dos mitos: el de la verdad intemporal de las matemáticas y el de su independencia de los orígenes. Singularizando estos mitos intentamos sintetizar, quizá simplificando en exceso, la voluntad desacralizadora de las matemáticas presente en el análisis de Lizcano.

La idea central que desarrollamos en secciones posteriores es que tal mitificación (o mistificación, en el sentido de falseamiento) de las matemáticas expresa un modelo en cierto modo “ingenuo” de las mismas. Este modelo apunta a una visión platónica distante del quehacer matemático real o habitual, al menos en el contexto occidental actual (si es que es posible hablar de tal contexto con esta generalidad); esa visión no contempla las limitaciones que son conocidas y asumidas desde las matemáticas mismas, como se plantea en las secciones 3 y 4, e ignora la perspectiva de *otras* historias de las matemáticas, de las que algunas muestras se recogen en la sección 5.

La preocupación sobre los fundamentos de las matemáticas, el significado de *verdad,* etc., ha sido expresada desde el seno de la comunidad matemática por escuelas matemáticas como la logicista, la formalista o la constructivista, habiendo centrado buena parte de los desarrollos matemáticos del siglo XX. Algunos de los problemas epistemológicos a los que apunta la sociología del conocimiento científico han sido abordados desde la matemática misma: parece por ello pertinente un acercamiento o un diálogo entre ambos tipos de perspectivas, y desde este punto de vista creemos que pueden ser de interés algunas consideraciones sobre las reflexiones acerca de las matemáticas hechas desde los estudios culturales de la ciencia. Es importante resaltar que la discusión crítica de estas ideas generales no pretende desacreditarlas globalmente: no pretendemos discutir que la visión de las matemáticas como edificio universal y perfecto esté arraigada en amplios colectivos, sino destacar que un número relevante de matemáticos e historiadores de las matemáticas precisamente plantean lo equívoco o al menos lo matizable de esa imagen. Y muy lejos de nuestro objetivo está el que esta discusión desvirtúe el análisis previo, más concreto y en mi opinión profundamente acertado, de la presencia fundamental del sustrato cultural y de las formas de racionalidad específicas de cada sociedad en las matemáticas china y griega.

2. *Imaginario colectivo y creación matemática*

El análisis desarrollado por E. Lizcano en [16] se centra en distintas formas de negatividad (o en la ausencia de las mismas) en la matemática china de la época de los Han (ss. II y I a.C.), en la matemática griega clásica, y en la obra de Diofanto. El término *negatividad*, deliberadamente impreciso, pretende "evitar la ilusión de identidad de unos 'números negativos' cuya mítica búsqueda de los orígenes y posteriores cumplimientos se estuviera investigando" (p. 18). A continuación se resumen algunas de las ideas vertebradoras de su estudio, con todas las reservas que conlleva el sintetizar en unos pocos párrafos una serie de consideraciones desarrolladas en un texto de más de doscientas páginas. Un resumen de los aspectos que aquí recogemos, mucho más amplio y elaborado por el propio autor, puede encontrarse en [17].

La discusión se estructura a partir de los comentarios de Liu Hui (s. III d.C.) al octavo de los *Nueve capítulos del arte matemático* (*Jiu zhang suanshu*), centrado en el denominado método *fang cheng* que se correspondería, en términos matemáticos modernos, con el método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Como se describe en [16, p. 84], "la 'receta central' del método fang cheng está en conseguir triangular a base de huecos la matriz que define la disposición de los coeficientes en el tablero de cálculo. Y a ello se va a subordinar hasta la propia consideración de los objetos que se tendrán por 'números'. A lo cual favorecerá, sin duda, la no construcción por la matemática ni la filosofía chinas de una metafísica explícita del número que, como en Grecia, delimite las fronteras de lo que puede pensarse como tal."

El extracto anterior pretende ilustrar la dirección argumental del estudio de Lizcano, en el que se plantea que ciertas conceptualizaciones emanan de unas formas de racionalidad específicas de cada cultura. En el caso chino, "restar '$3-4$' supone [...] disponer una batalla sobre un tapiz situado en el suelo en el que tres palillos rojos se enfrentan a cuatro negros: se van oponiendo por parejas, y éstas se aniquilan entre sí. Queda un palillo negro sin oponente y sale victorioso: es el vencedor/resultado de la resta/batalla. A ese palillo negro/yin resultante hoy nosotros le llamamos 'menos uno' o '-1' " [17, p. 4]. Operando mediante la destrucción mutua de números/palillos opuestos con el fin de crear un vacío en el espacio de representación, de forma natural surgen en la matemática china de la época Han los conceptos que, de nuevo en términos de la matemática occidental moderna, describiríamos como "positivo" (*zheng*), "negativo" (*fu*) y "cero" (*wu*). La cuestión es que la emergencia de estos conceptos se basa en una forma de pensar basada en la oposición, la simetría y la analogía, en la que prima un principio de sincronicidad para el que lo significativo son las concurrencias [17]: las nociones matemáticas anteriormente referidas están, por tanto, profundamente asociadas al sustrato cultural y al imaginario colectivo del que surgen.

Esa forma de pensar es muy distinta a la de la Grecia clásica, basada en la concepción del espacio de representación como espacio extenso, con el consiguiente prerrequisito de perceptibilidad sensible para objetos, procedimientos y condiciones (*diorismoí*) en que la solución a un problema se tiene por existente o representable [16, p. 150]. La forma de racionalidad griega clásica se articula en torno a principios de causalidad y no contradicción, y el papel de la *abstracción* en ella es central. Para Lizcano, es clarificador el hecho de que los verbos *sustraer*, *abstraer* y *extraer* coinciden con el griego *aphairéò*: el que no se pueda extraer más de lo que hay justifica la ausencia de una conceptualización de lo negativo en esta matemática. Así, "para Euclides, una resta como '$3-4$' es un absurdo, una operación imposible [...] porque restar es extraer, abstraer. Si yo tengo tres y de esos tres saco uno, saco dos ... saco tres, ya me he quedado sin nada, ¿de dónde saco el cuarto?" [17, p. 4].

Comparando ambas formas de operar, Lizcano apunta que "cada una de ambas restas ha sido una operación metafórica, antes que matemática, y cada una de ambas metáforas –la extractiva y la opositiva– arraigan en lo más profundo de cada una de ambas culturas, son previas y manantiales de sus respectivas formas de pensar" [17, p. 4]. "Frente a la verticalidad, ascendente o descendente, del pensamiento por deducción o inducción propia de la *episteme* griega, pretendemos mostrar la horizontalidad del modelo de pensar analógico, el trasiego de metáforas, semejanzas y equivalencias característico de la *episteme* china; frente a esa voluntad griega de clausura, de una definición precisa que excluya todos los sentidos menos uno, esa otra apertura a una radical polisemia, a situar cada concepto/objeto en una encrucijada de sentidos" [16, pp. 16-17].

Por último, la obra de Diofanto se analiza en el contexto histórico del alejandrinismo tardío (s. III d.C.), en el que la tradición aristotélica-euclídea se resquebraja. Esta crisis del ideal clásico posibilita la emergencia de nuevos significados, entrelazados en parte con otras tradiciones como la egipcia o la babilónica: la *Aritmética* de Diofanto "expresa de modo ejemplar una lucha individual por encontrar un sentido, escarbando entre restos que ya lo han perdido y organizando materiales a los que aún no se les ha otorgado. Es en esa intersección de imaginarios colectivos, cada uno con su propia inercia y su propia coherencia, donde Diofanto acierta a balbucear ciertas formas efímeras de negatividad matemática. Y lo hace al modo del *bricoleur* del que habla Lévi-Strauss, ensamblando fragmentos heterogéneos, residuos de diferentes discursos, ensayando verter significados aún sin concepto en significantes ya vacíos de contenido" [16, p. 17]. El derrumbarse del marco conceptual clásico posibilita el surgimiento de las primeras formas de negatividad en la matemática occidental.

Las ideas someramente expuestas en los párrafos anteriores pretenden servir de ejemplo, en estas páginas, sobre cómo el análisis histórico, hermenéutico, simbólico y también matemático[1] desarrollado en el libro de Lizcano sustenta la tesis central de su estudio, esto es, la posibilidad de "pensar los objetos matemáticos como histórica y culturalmente determinados, al tiempo que como reveladores de los cortes y tránsitos en las formas de racionalidad," con el ánimo de discutir "cómo construye cada sociedad la barra que escinde –y enlaza– lo posible y lo imposible, [...], lo verdadero y lo falso" [16, p. 16]. Esta acertada ubicación de las matemáticas (o de algunas matemáticas) en su contexto cultural permitiría desmontar una visión de la matemática como única y universalmente verdadera. Un enunciado muy claro de ese talante puede encontrarse en [17, p. 2], donde Lizcano afirma que "es urgente y necesario desenmascarar la mentira de una sola matemática [...] como siempre lo será hacerlo con cualquier discurso que se presente como discurso de la verdad."

Esa voluntad desacralizadora o desmitificadora, impecable desde mi punto de vista frente a un platonismo "ingenuo", encuentra no obstante una limitación importante: la visión que los propios matemáticos o muchos de ellos tienen de su actividad dista mucho de ese "edificio perfecto" que pretende desmontarse. El planteamiento anterior entra en cuestión si las matemáticas no reclaman para sí una "esencia" única y universalmente verdadera; no habría entonces mentira que desenmascarar. Podría haberla en cierta forma de escribir la historia de las matemáticas, forma que se ilustra perfectamente en algunas citas recogidas en [16] (pp. 41, 211-214); pero pueden mostrarse, como veremos posteriormente, otras formas de escribir la historia de las matemáticas ciertamente alejadas de tal perspectiva.

Estas ideas se estructurarán en las secciones siguientes a partir de una reflexión concreta recogida en [16] (p. 46). Remitiéndose a Nietzsche, Lizcano plantea que el olvido de las metáforas originarias de los conceptos matemáticos sustenta dos mitos, a saber: el mito de la verdad sin tiempo ni lugar de las matemáticas, y el mito de su independencia de los orígenes. Las secciones que siguen están orientadas a plantear que, desde cierto punto de vista, ambos mitos requieren una discusión más amplia. Pretendemos formular algunas preguntas en esta dirección y aportar algunas ideas desde la propia perspectiva de las matemáticas.

En primer lugar, ¿cuáles son los grupos en los que operan estos mitos? En la actualidad, ambas creencias pueden estar arraigadas en amplios colectivos sociales, pero no en el quehacer de (buena parte de) los matemáticos. Argumentaremos que las propias matemáticas "se han peleado" duramente en el siglo XX con la propia idea de verdad, en sentido filosófico y también en sentidos técnicos que se le han dado a tal término desde las matemáticas mismas.

Por otra parte, si, como se apuntaba anteriormente, esta mi(s)tificación encierra un *enmascaramiento*, con la connotación de engaño que esto parece

[1] La formación matemática de Lizcano define una notable diferencia con otros autores como p.ej. Latour y Woolgar, que en [14] adoptan un punto de vista deliberadamente *extraño* al objeto que estudian.

expresar, ¿quién pone la máscara?[2] ¿En qué medida las matemáticas *se presentan* como discurso de la verdad? A tal mistificación contribuye una cierta forma entre muchas posibles de escribir la historia de las matemáticas; por otra parte, la "pelea" anteriormente referida (o, con mayor generalidad, la crisis de fundamentos del siglo XX) puede verse precisamente como una lucha por desembarazarse de esa máscara. Plantearemos además que la independización de los orígenes se puede entender en el quehacer matemático contemporáneo como un acto deliberado, pero no orientado a hacer una reconstrucción racional a posteriori de ese pretendido edificio perfecto. Combinando las tres preguntas anteriores, y sin querer caer en lecturas conspirativas, cabría por último discutir si en los "enmascaradores" operan los propios mitos arriba referidos, lo que les haría inconscientes de su propia mentira.

No debe entenderse esta discusión como una reacción ante la "pureza amenazada" de quienes profesan una "fe en la ciencia" [16, p. 213], sino como una contribución a esa contextualización de las matemáticas aportando un punto de vista desde las matemáticas mismas: desde esta perspectiva, no hay "pureza" que amenazar, dada la relatividad a los principios de partida (es decir, la verdad con tiempo y lugar) asumida por los propios matemáticos. Frente a lo que se plantea en [18], nótese también que este "hablar de sí mismas" no excluye que las matemáticas puedan por supuesto estar de distintas formas afectadas (¿"contaminadas"?) por lo real y por intereses sociales y políticos.

3. El mito de la verdad sin tiempo ni lugar de las matemáticas

¿Mito para quién? Entendiendo por "mito" una "cosa a la que se le atribuyen cualidades o excelencias que no tiene", en una de las acepciones de la RAE[3], tal atribución de verdad sin tiempo ni lugar difícilmente sería hecha por un matemático, en la medida en que la verdad lo es relativamente a unos supuestos –axiomas– y a unas formas de razonar implícitas en una lógica –p.e. algo es "absurdo" frente a unos supuestos–. Fuera de una visión platónica y teleológica de las matemáticas, en la que ciertos objetos estarían "en algún sitio" esperando a ser descubiertos, esta relatividad define a priori una diferencia sustancial entre las matemáticas y otras disciplinas como la física, la química o la biología, en las que el conflicto con la "realidad" es, dicho simplemente, mucho más palpable.

La pérdida de la verdad de las matemáticas, en el sentido de pérdida de la capacidad de hacer afirmaciones verdaderas sobre algún tipo de "realidad" externa, está en gran medida asumida en las matemáticas del S. XX: es muy revelador el cuestionamiento de la verdad de la aritmética hecho por Helmholtz en el último tercio del S. XIX [12, 43.4]. Para el círculo de Viena, los enunciados de las matemáticas y de la lógica son *analíticos*, es decir, se reducen

[2] Véase, en este sentido, la triple mistificación asociada al autor, al lector y a las sucesivas reelaboraciones formales planteada en [16, p. 54].

[3] De nuevo, posiblemente simplificando en exceso: véase el análisis de Schuster de la "operación mitologizante" en los textos de Descartes citado por Lizcano [16, p. 31].

a transformaciones tautológicas dentro de un lenguaje y carecen, por tanto, de un contenido informativo acerca del mundo [5]. Para el matemático, “dos más dos son cuatro” no es una verdad universal, sino algo que se deriva de la noción de suma en los números naturales; igualmente, el teorema de Pitágoras es una propiedad implícita en la noción de triángulo rectángulo en la geometría plana.

Es importante observar que, de hecho, el propio significado de “verdad” ha sido indagado en el seno de las matemáticas y de la lógica, en el contexto de la preocupación de los propios matemáticos sobre los fundamentos de su actividad, como prueban los trabajos de la escuela formalista, el constructivismo, los desarrollos de la lógica formal, las axiomáticas modernas, etc. [10, 12]. Muchos matemáticos tienen presentes las limitaciones y dificultades que ofrecen las matemáticas y pocos suscribirían la idea de ese “edificio perfecto”: R. Fraïssé propone el nombre de “complejo de Descartes” para hacer referencia a la ilusión de tal edificio fundamentado en la lógica [6]. Las limitaciones del logicismo son recogidas por Kline en estos términos: “la formalización del programa logicista no parece representar la matemática en ningún sentido real. Nos presenta la cáscara pero no la sustanciosa semilla” [12, 51.5].

Asimismo, el hecho de que el programa formalista da cuenta de lo encontrado pero no del encontrar, en la medida en que la axiomatización es *a posteriori*, como apunta el propio Lizcano remitiéndose a Cassirer [16, p. 52], da también cuenta de las dificultades que la axiomatización encuentra para fundamentar una noción filosófica más modesta de la verdad matemática. En el prólogo a su libro *Das Kontinuum*, de 1918, Hermann Weyl escribe lo siguiente [20, p. 139]: “En este escrito no se trata de revestir la ‘roca segura’ sobre la que se funda el edificio del análisis con una armazón externa de madera, al modo del formalismo, para al final asegurar al lector y a fin de cuentas a uno mismo: he ahí el verdadero fundamento. Aquí se defenderá más bien la opinión de que aquel edificio está, en buena medida, construido sobre arena. Creo poder reemplazar este terreno movedizo por puntales de solidez fidedigna; pero no son capaces de soportar todo aquello que hoy suele considerarse seguro. Renuncio al resto, porque no veo ninguna otra posibilidad.”

El platonismo al que se enfrenta el análisis de Lizcano queda, en mi opinión, sintéticamente de manifiesto en [19], cuando propone que “Más riguroso [...] sería asumir que el número no tiene una significación en sí...”. Por supuesto que hay otras conceptualizaciones o significaciones posibles del número, muchas de ellas desarrolladas en otras culturas, y que la noción de número en la matemática occidental contemporánea es una más y no puede aspirar a ningún tipo de universalidad ontológica. Pero tal conceptualización occidental, que podemos concretar en la axiomática de Peano de los números naturales, precisamente desprende al número de una significación “en sí” para definirlo *relacionalmente* y no en términos de ninguna supuesta esencia. La propuesta de Lizcano recogida al principio de este párrafo debe dirigirse, entonces, no tanto a la matemática occidental actual sino a ciertas interpretaciones o visiones en cierto modo superficiales de la misma.

De nuevo es importante destacar que las ideas anteriores no niegan el que amplios colectivos puedan suscribir la validez absoluta de la afirmación “dos más dos son cuatro" o que "las matemáticas son universales". Estas ideas tampoco reclaman el que las matemáticas puedan arrogarse en exclusividad el pronunciamiento sobre la noción de verdad. Aunque pueda parecer paradójico, las consideraciones anteriores apuntan, en parte, en la misma dirección desacralizadora de Lizcano, en la medida en que las propias matemáticas desmitifican esa presunción de verdad universal; el matiz diferencial reside en que no parece haber necesidad de desenmascaramiento, en el sentido planteado en la sección anterior.

4. El mito de la independencia de los orígenes

Lizcano analiza brillantemente cómo en el quehacer matemático "cada nuevo concepto redistribuye significados y reorganiza sentidos, remueve el suelo que alimentó a cuantos aparecen ahora relacionados con él y borra así cualquier rastro suyo. No dis-curso, sino re-curso, la matemática no tiene otra génesis que su génesis lógica" [16, p. 52]. Estudia también la acotación de sentidos en términos de sintaxis formal y la transformación de símbolo en *signo* asociada a la pérdida de la marca simbólica original. Este proceso de pérdida de significados está relacionado, desde su punto de vista, con el hecho de que "cualquier ciencia reescribe la historia de su hacerse en términos de hechos cerrados y afirmaciones limpias, borrando cualquier huella desde la que pueda rastrearse el temblor de su construcción" (p. 54). Desde esta perspectiva, las matemáticas no parecen ser ajenas a esa reconstrucción racional a posteriori.

Reconociendo el alcance de estas ideas, es importante destacar que esto es muchas veces *deliberado* y explícito en el caso de las matemáticas; en términos generales, el proceso de abstracción precisamente lo que persigue es captar las estructuras comunes en sistemas diversos. Así, la composición de permutaciones o la suma de números algebraicos tienen, aparte de sus muchas diferencias, unas propiedades compartidas: la noción de *grupo* refleja esa estructura común mediante la *definición* de un objeto abstracto que recoge esas propiedades; no es que la idea de grupo estuviera en algún lugar esperando a ser descubierta, sino que surge (como también podría no haber surgido, o haber surgido de otra forma, con otras propiedades y/o otros nombres) de la observación de ciertas regularidades en sistemas previamente definidos. A la ilusión de universalidad contribuye también el que en textos o en el ejercicio docente el camino se recorra frecuentemente en sentido inverso, introduciendo como punto de partida la definición abstracta de grupo para luego presentar las permutaciones o los números algebraicos como ejemplos particulares; pero esta no es sino *una forma* de presentar la teoría.

Ese proceso de abstracción evidentemente conlleva, de hecho de forma voluntaria y asumida, la pérdida de significados adicionales específicos de las permutaciones o de los números algebraicos. En ese terreno abstracto, el matemático se puede permitir clasificar de forma parcial o completa objetos como los grupos, las bifurcaciones, las singularidades, las variedades topológicas, etc., con la generalidad que esa misma abstracción posibilita. Es posible incluso *caracterizar* disciplinas matemáticas como la geometría en términos de esas clasificaciones [11].

Desde esta perspectiva, la voluntad del matemático no es "adornarse de un halo protector" [16, pp. 15-16], no es *rehacer* sino *hacer* su teoría de forma cerrada y limpia, apuntando en el sentido opuesto al de la sociología en la medida en que ésta pretende, entre otras cosas, rastrear esos significados originarios concretos. Quizá esto constituya un factor más en la explicación de la aparente impermeabilidad de las matemáticas a los estudios de la ciencia y, más general, a las ciencias sociales. En la misma actividad del matemático (con los riesgos que esta generalización entraña) está la desposesión de sentidos concretos; por supuesto estas marcas simbólicas están ahí en su origen, pero es en muchas ocasiones la voluntad explícita del matemático desprenderse de ellas. Hilbert plantea en 1926 que los objetos del pensamiento matemático son los símbolos mismos; los símbolos son ahora la esencia y ya no representan objetos físicos idealizados [12, 51.7].

De hecho, esa "limpieza" responde a un espíritu concreto en la actividad matemática que se podría calificar como *minimalista*: muchas nociones resultan de abstraer un conjunto mínimo de propiedades del que se pueda deducir un resultado o en el que se pueda formalizar un concepto. Pueden ser ilustrativos en este sentido algunos desarrollos de la topología conjuntista en las primeras décadas del S. XX (véase p.e. [12, 50.2]): en 1906, Fréchet introduce la noción de espacio métrico, basado en la idea de *distancia*, que permite formalizar la noción de punto límite o punto de acumulación de un conjunto. La clave para esta formalización es la noción de *entorno* de un punto. Evidentemente, se pueden enunciar muchas propiedades de los entornos de un punto en un espacio métrico: el salto conceptual lo da Hausdorff cuando, en 1914, extrae *algunas* de esas propiedades de los entornos para definir, en un proceso de abstracción, los espacios topológicos[4]. Esas propiedades mínimas permiten también introducir la idea de punto límite (y muchas otras) en un contexto más general, desposeyendo a este contexto de otras propiedades específicamente vinculadas a la distancia. Esas otras propiedades son innecesarias para definir conceptos como el de punto límite, aunque puedan necesitarse para formalizar otras nociones (p.e., la de completitud).

Con este ejemplo se pretende mostrar una interpretación alternativa de esa "independización de los orígenes", que resultaría de un proceso concreto dentro de una forma característica de hacer matemáticas, más que de una voluntad de ocultamiento de tales orígenes. Obsérvese también que esta forma de hacer matemáticas, vinculada nuevamente al quehacer occidental contemporáneo (al menos en algunas disciplinas), no reivindica que todas las matemáticas *se hagan así* ni, mucho menos, que *deban necesariamente* hacerse así.

El ejemplo anterior ilustra, por otra parte, que la génesis de muchos conceptos modernos es en buena medida interna a las matemáticas mismas. El impacto epistemológico del sustrato cultural en este contexto parece mucho más indirecto y se antoja más difícilmente discernible. Así, estudios análogos al interesante

[4]Más precisamente, lo que actualmente se denominan espacios topológicos T_2.

análisis filológico del término *leĩpsis* (que Diofanto emplea para nombrar esa "falta" característica de lo que posteriormente se denominará como negativo [16, pp. 236 y ss.]) o al del origen de la expresión *raíz* cuadrada, posiblemente aportarían poco en relación a los significados técnicos de los conceptos modernos en las especializadas teorías en las que éstos se enmarcan, aun reconociendo las aportaciones en cuanto a motivaciones, interrelaciones, etc. que tales estudios pueden proporcionar.

En esta misma dirección, ideas como la de que "las matemáticas se construyen desde ese saber común que todos los moradores de una cultura compartimos" [16, p. 17] no se ajustan, a mi entender, a la complejidad que alcanza la matemática a partir del Renacimiento, en especial desde el siglo XIX, ni al nivel de especialización actual. Incidentalmente, el análisis de Lizcano se limita a tres periodos históricos muy concretos y en cierto modo remotos. De hecho, en el capítulo dedicado a Diofanto se apunta cómo la quiebra del ideal clásico en la que se enmarca su obra permite la emergencia de nuevos significados. Pero ya en ese momento histórico tal quiebra no consigue, hasta donde alcanzo a ver, dar cuenta de los conceptos *concretos* que emergen: el quitar el cerco a los caballos hace que se escapen, pero no explica adónde van.

5. Formas de escribir la historia de las matemáticas

La ilusión del edificio matemático universal e independiente de los orígenes es achacada por Lizcano, en parte, a cierta manera de escribir la historia de las matemáticas. Esta idea está expuesta con absoluta nitidez en [16, p. 212], donde se enfatiza lo desafortunado de la metáfora del *río de la historia*: las represas, aceleraciones y estancamientos de tal río parecen expresar una evolución dificultosa pero irrefrenable hacia un destino único. Lizcano argumenta que "no hay ningún cálculo algebraico que [...] hubiera permanecido estancado, avasallado por la Geometría, para luego ser liberado en estado puro por un Diofanto que [según Bourbaki] 'no complicándose con representaciones geométricas de los «números» que considera, se ve llevado *de modo natural* a desarrollar las reglas del cálculo algebraico abstracto' [...] ¿Qué naturalidad suprahistórica es ésa que permite a una mente en blanco captar de súbito la esencia de unas reglas puras?".

Sin pretender defender la forma de escribir la historia de las matemáticas del colectivo Bourbaki, obsérvese que la contraargumentación de Lizcano *añade* unas connotaciones de *pureza* que no están presentes en el extracto de Bourbaki: esa pretendida pureza parece interpretar nuevamente una lectura platónica de las matemáticas por parte del historiador. En cualquier caso, y con independencia de esta discusión sobre el platonismo del libro de Bourbaki, la cuestión es que hay otras formas de escribir la historia de las matemáticas, mucho más sutiles, que deben ser tenidas en cuenta en una lectura *generalizada* de las matemáticas como discurso de la verdad.

Buena parte de esas otras visiones de las matemáticas se enmarcan en lo que Lizcano, remitiéndose a Foucault, perfila como una *arqueología de* *las matemáticas* o del saber matemático, expresión con la que se manifiesta una voluntad de distanciamiento de esa historia de las matemáticas que, aparentemente centrada en los "meros hechos", no deja de proyectar sobre éstos el sesgo de sus propias metáforas [16, p. 22]. En esta dirección, Lizcano se declara deudor de autores como Wittgenstein, Spengler, Foucault, Serres o Bloor (pp. 22-33).

La idea de que las matemáticas se presentan a las ciencias sociales casi sin excepción como discurso sagrado toma como punto de partida la siguiente cita de Serres, en relación a la "espontaneidad irreflexiva que suele caracterizar la concepción general de la historia de las ciencias" [16, p. 35]: "En el fondo esa espontaneidad tiene una doble raíz: la admiración beata, literalmente religiosa, aunque a veces justificada, hacia todo lo que se llama científico y que, por lo mismo, sigue siendo intocable, y simétrica adoración por la historia. Incluso si se pretenden ateos o liberados, nuestros contemporáneos sacrifican de buen grado ante estos dos altares o se inclinan ante esta doble jerarquía. [...] Son dos tabúes de nuestro tiempo. Por consiguiente, la historia espontánea de las ciencias se reduce a menudo a una historia sacra o más bien sacralizada." [21, pp. 12-13].

Reconociendo nuevamente el valor de perspectivas como las de los autores arriba citados o la del propio Lizcano, es importante también destacar que las posibilidades no se agotan ahí. Aunque Lizcano evidentemente no sostiene que *todas* las historias de la matemática se escriban desde ese prisma purista, en su análisis apenas aparecen visiones "desacralizadas" de la historia planteadas desde las propias matemáticas. Así, la excepción de Kline figura en [15, /1, p. 130] como una de las "pocas historias heterodoxas", y en [16] las propuestas que aparecen (como la de R. L. Wilder (pp. 47-48)) presentan evidentes limitaciones. A continuación se recogen tres breves muestras de otras visiones de (episodios concretos de) la historia de las matemáticas que, desde las matemáticas mismas, se alejan mucho del planteamiento platónico y universalista arriba referido.

La primera de ellas hace referencia a la idea de que, en el presunto edificio perfecto de las matemáticas, la lógica y la teoría de conjuntos proporcionarían los cimientos en los que se basaría el resto de la estructura. Pues bien, en su artículo [10] sobre la historia de la teoría de conjuntos (en el periodo 1870-1970) Kanamori plantea (p. 46) que "... la investigación matemática rebajaría gradualmente las visiones e iniciativas metafísicas iniciales con una avalancha de nuevos modelos, hipótesis y proposiciones, y *despojándose de su carga fundacional* la teoría de conjuntos devendría en un campo fascinante de las matemáticas donde versiones formalizadas de la verdad y la consistencia se convierten en objetos a manipular..." (la traducción y la cursiva son nuestras). La misma base de tal edificio epistemológico estaría como tal cuestionada desde dentro.

Desde otro punto de vista, y en relación a ese "atenerse a los meros hechos" aludido arriba, es interesante observar la forma en que Schappacher [20, p. 148] se refiere a la disputa entre Kronecker y Klein sobre las *consecuencias* del teorema del primero respecto a la inexistencia de resolventes uniparamétricas para la ecuación polinómica general de quinto grado. Schappacher enfatiza que, estando ambos matemáticos "plenamente de acuerdo respecto a los hechos", esta disputa ilustra "cómo la mera constatación de la coherencia y del consenso respecto a los hechos matemáticos pasa por alto el punto esencial." El historiador sugiere que "para comprender la controversia, debería más bien realizarse el esfuerzo de emplear categorías psicológicas, sociológicas y de política disciplinar, a propósito de la comunidad de matemáticos en aquel tiempo."

Finalmente, Aubin y Dahan Dalmedico, en su recorrido [1] por buena parte de la historia de los sistemas dinámicos y la teoría del caos desde los trabajos de Poincaré, plantean diversas cuestiones historiográficas, filosóficas y sociológicas que muestran un punto de vista muy alejado de esa forma teleológica y platónica de escribir la historia de las matemáticas que cuestiona Lizcano. Así, afirman que "el modelo de una *ciencia pura* que progresa autónomamente y –sólo a continuación y siguiendo la corriente– genera aplicaciones ha sido en gran medida abandonado por los historiadores de la ciencia" (p. 277, traducción nuestra). Estos autores hacen un interesante análisis sobre la forma de escribir la historia de la disciplina hecha por los actores principales de la misma, y en particular por Steve Smale. Indican que el camino conceptual que plantea Smale explica el origen de muchos conceptos matemáticos, pero que tal descripción constituye una reconstrucción epistemológica (p. 295) esencialmente interna (p. 299). Discuten también la emergencia de distintos conceptos en términos de la convergencia de varias disciplinas, que incluyen la mecánica de fluidos, la teoría topológica de sistemas dinámicos, la meteorología, la teoría de singularidades y otras procedentes de la física, la química y la computación. Puede verse que esta forma de escribir la historia está muy alejada de una visión purista y platónica de las matemáticas.

6. Conclusión

Las muestras extraídas de [1, 10, 20] en la sección anterior no excluyen otras que efectivamente defiendan ese modelo de la matemática única y perfecta al que alude Lizcano. Podría argumentarse, en este sentido, que los tres ejemplos anteriores constituyen casos aislados o poco significativos, pero esto parece poco sostenible a la vista de la afirmación extractada de [1] en el párrafo anterior. En cualquier caso, esto debería ser objeto de un estudio historiográfico en el que no pueden ignorarse diferentes puntos de vista que contribuyen también a desmitificar la pureza de las matemáticas, entre los cuales los tres recogidos en la sección 5 no son sino un botón de muestra. Algunos de estos puntos de vista proceden de los estudios sociales de la ciencia. Pero, como se ha tratado de ilustrar en las secciones 3 y 4, también desde las matemáticas mismas surgen argumentos que cuestionan el mito de su verdad universal y su pretendida pureza. La incorporación de estas perspectivas a las aportaciones simbólicas, hermenéuticas y culturales de estudios como el de Lizcano podría generar una muy fructífera visión social de las matemáticas y su historia.

Referencias

[1] D. Aubin and A. Dahan Dalmedico, Writing the History of dynamical systems and chaos: *Longue durée* and revolution, disciplines and cultures, *Historia Mathematica* **29** (2002) 273-339.

[2] J. R. Blanco, Guerras de la ciencia, imposturas intelectuales y estudios de la ciencia, *Revista Española de Investigaciones Sociológicas* **94** (2001) 129-152.

[3] D. Bloor, *Conocimiento e imaginario social*, Gedisa, 1998.

[4] N. Bourbaki, *Elementos de historia de las matemáticas,* Alianza, 1976.

[5] A. Diéguez, *Filosofía de la ciencia,* Universidad de Málaga, 2005.

[6] R. Fraïssé, ¿Son las axiomáticas sólo un juego?, en R. Apéry *et al.*, *Pensar la matemática*, Tusquets, 1998.

[7] J. M. Iranzo, Visiones del poder desde la sociología del conocimiento científico, en J. M. Iranzo *et al.*, *Sociología de la ciencia y la tecnología*, pp. 283-302, CSIC, 1995.

[8] J. M. Iranzo y J. R. Blanco, *Sociología del conocimiento científico*, CIS/Universidad Pública de Navarra, 1999.

[9] B. Jurdant (ed.), *Imposturas científicas,* Cátedra, 2003.

[10] A. Kanamori, The mathematical development of set theory from Cantor to Cohen, *The Bulletin of Symbolic Logic* **2** (1996) 1-71.

[11] F. Klein, Consideraciones comparativas sobre las investigaciones geométricas modernas, Disertación, Universidad de Erlangen, 1872.

[12] M. Kline, *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*, Alianza, 1992.

[13] I. Lakatos, *Matemáticas, ciencia y epistemología,* Alianza, 1981.

[14] B. Latour y S. Woolgar, *La vida en el laboratorio. La construcción de los hechos científicos,* 2ª ed., Alianza, 1986.

[15] E. Lizcano, ¿Es posible una crítica del discurso matemático?/1, *Archipiélago* **2** (1989) 116-132; *ibid.* /2, *Archipiélago* **3** (1989) 123-153.

[16] E. Lizcano, *Imaginario colectivo y creación matemática. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y en Grecia,* Gedisa, 1993.

[17] E. Lizcano, Ser/no ser y yin/yang/tao. Dos maneras de sentir, dos maneras de contar, *Congreso de Filósofos Jóvenes*, Valencia, 1996.

[18] E. Lizcano, La ideología científica, *Nómadas* **0**, 1999.

[19] E. Lizcano, Las matemáticas de la tribu europea: un estudio de caso, *2nd Intl. Conf. on Ethnomathematics,* Ouro Preto, Brasil, 2002.

[20] N. Schappacher, Lo político en matemáticas: un intento de rastreo, *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* **8.1** (2004) 129-157.

[21] M. Serres (ed.), *Historia de las ciencias,* Cátedra, 2ª ed., 1998.

[22] A. Sokal, Transgressing the boundaries: Towards a transformative hermeneutics of quantum gravity, *Social Text* **46/47** (1996) 217-252.

[23] A. Sokal, A physicist experiments with cultural studies, *Lingua Franca* **6** (1996) 62-64.

[24] A. Sokal, Papers on the "*Social Text* affair", http://www.physics.nyu.edu/faculty/sokal/#papers

[25] A. Sokal y J. Bricmont, *Imposturas intelectuales*, Paidós, 1999.